

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Министерство образования и науки Нижегородской области**

**Администрация Кстовского муниципального округа**

**МАОУ СШ № 6**

РАССМОТРЕНО

методическим советом

протокол №5

от «18» августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО

приказ №105

от «21» августа 2023 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**учебного курса «Решение задач повышенной сложности**

**по математике»**

**для обучающихся 10-11 класса**

**Кстово 2023**

## ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Рабочая программа элективного курса «Решение задач повышенной сложности по математике» для обучающихся 10-11 класса разработана на основе Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, с учётом современных мировых требований, предъявляемых к математическому образованию, и традиций российского образования. Реализация программы обеспечивает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу для саморазвития и непрерывного образования, целостность общекультурного, личностного и познавательного развития личности обучающихся.

### Планируемые результаты освоения курса ««Решение задач повышенной сложности по математике»»

#### Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

Для успешного продолжения образования по специальностям, связанным с прикладным использованием математики (1-й уровень планируемых результатов), выпускник **научится**, а также **получит возможность научиться** для обеспечения успешного продолжения образования по специальностям, связанным с осуществлением научной и исследовательской деятельности в области математики и смежных наук (2-й уровень планируемых результатов, выделено *курсивом*).

#### **Элементы теории множеств и математической логики**

- Свободно оперировать понятиями: множество, пустое, конечное и бесконечное множества, элемент множества, подмножество, пересечение, объединение и разность множеств;
- применять числовые множества на координатной прямой: отрезок, интервал, полуинтервал, промежутки с выколотой точкой, графическое представление множеств на координатной плоскости;
- проверять принадлежность элемента множеству;
- находить пересечение и объединение множеств, в том числе представленных графически на числовой прямой и на координатной плоскости;
- задавать множества перечислением и характеристическим свойством;
- оперировать понятиями: утверждение, отрицание утверждения, истинные и ложные утверждения, причина, следствие, частный случай общего утверждения, контрпример;
- проводить доказательные рассуждения для обоснования истинности утверждений;
- *оперировать понятием определения, основными видами определений и теорем;*
- *понимать суть косвенного доказательства;*
- *оперировать понятиями счётного и несчётного множества;*
- *применять метод математической индукции для проведения рассуждений и доказательств при решении задач.*

#### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- использовать числовые множества на координатной прямой и на координатной плоскости для описания реальных процессов и явлений;
- проводить доказательные рассуждения в ситуациях повседневной жизни, при решении задач из других предметов;
- *использовать теоретико-множественный язык и язык логики для описания реальных процессов и явлений, при решении задач других учебных предметов.*

#### **Числа и выражения**

- Свободно оперировать понятиями: натуральное число, множество натуральных чисел, целое число, множество целых чисел, обыкновенная дробь, десятичная дробь, смешанное число, рациональное число, множество рациональных чисел, иррациональное число, корень степени  $n$ , действительное число, множество действительных чисел, геометрическая интерпретация натуральных, целых, рациональных, действительных чисел;
- понимать и объяснять разницу между позиционной и непозиционными системами записи чисел;
- переводить числа из одной системы записи (системы счисления) в другую;
- доказывать и использовать признаки делимости, суммы и произведения при выполнении вычислений и решении задач;
- выполнять округление рациональных и иррациональных чисел с заданной точностью;
- сравнивать действительные числа разными способами;
- упорядочивать числа, записанные в виде обыкновенной и десятичной дроби, числа, записанные с использованием арифметического квадратного корня, корней степени больше второй;
- находить НОД и НОК разными способами и использовать их при решении задач;
- выполнять вычисления и преобразования выражений, содержащих действительные числа, в том числе корни натуральных степеней;
- выполнять стандартные тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных, иррациональных выражений;
- *свободно оперировать числовыми множествами при решении задач;*
- *понимать причины и основные идеи расширения числовых множеств;*
- *владеть основными понятиями теории делимости при решении стандартных задач;*
- *иметь базовые представления о множестве комплексных чисел;*
- *свободно выполнять тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных выражений;*
- *владеть формулой бинома Ньютона;*
- *применять при решении задач теорему о линейном представлении НОД, Китайскую теорему об остатках, Малую теорему Ферма;*
- *применять при решении задач теоретико-числовые функции: число и сумма делителей, функцию Эйлера;*
- *применять при решении задач цепные дроби, многочлены с действительными и целыми коэффициентами;*
- *владеть понятиями: приводимые и неприводимые многочлены; применять их при решении задач;*
- *применять при решении задач Основную теорему алгебры; простейшие функции комплексной переменной как геометрические преобразования.*

#### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- выполнять и объяснять результаты сравнения результатов вычислений при решении практических задач, в том числе приближённых вычислений, используя разные способы сравнений;
- записывать, сравнивать, округлять числовые данные;
- использовать реальные величины в разных системах измерения;
- составлять и оценивать разными способами числовые выражения при решении практических задач и задач из других учебных предметов.

#### **Уравнения и неравенства**

- Свободно оперировать понятиями: уравнение; неравенство; равносильные уравнения и неравенства; уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве; равносильные преобразования уравнений;
- решать разные виды уравнений и неравенств и их систем, в том числе некоторые уравнения третьей и четвёртой степеней, дробно-рациональные и иррациональные;
- овладеть основными типами показательных, логарифмических, иррациональных, степенных уравнений и неравенств и стандартными методами их решений и применять их при решении задач;
- применять теорему Безу к решению уравнений;
- применять теорему Виета для решения некоторых уравнений степени выше второй;

- понимать смысл теорем о равносильных и неравносильных преобразованиях уравнений и уметь их доказывать;
- владеть методами решения уравнений, неравенств и их систем, уметь выбирать метод решения и обосновывать свой выбор;
- использовать метод интервалов для решения неравенств, в том числе дробно-рациональных и включающих в себя иррациональные выражения;
- решать алгебраические уравнения и неравенства и их системы с параметрами алгебраическим и графическим методами;
- владеть разными методами доказательства неравенств;
- решать уравнения в целых числах;
- изображать на плоскости множества, задаваемые уравнениями, неравенствами и их системами;
- свободно использовать тождественные преобразования при решении уравнений и систем уравнений;
- *свободно определять тип и выбирать метод решения показательных и логарифмических уравнений и неравенств, иррациональных уравнений и неравенств, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем;*
- *свободно решать системы линейных уравнений;*
- *решать основные типы уравнений и неравенств с параметрами;*
- *применять при решении задач неравенства Коши—Буняковского, Бернулли;*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- составлять и решать уравнения, неравенства, их системы при решении задач из других учебных предметов;
- выполнять оценку правдоподобия результатов, получаемых при решении различных уравнений, неравенств и их систем, при решении задач из других учебных предметов;
- составлять и решать уравнения и неравенства с параметрами при решении задач из других учебных предметов;
- составлять уравнение, неравенство или их систему, описывающие реальную ситуацию или прикладную задачу, интерпретировать полученные результаты;
- использовать программные средства при решении отдельных классов уравнений и неравенств.

**Функции**

- Владеть понятиями: зависимость величин, функция, аргумент и значение функции, область определения и множество значений функции, график зависимости, график функции, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание на числовом промежутке, убывание на числовом промежутке, наибольшее и наименьшее значения функции на числовом промежутке, периодическая функция, период, чётная и нечётная функции; уметь применять эти понятия при решении задач;
- владеть понятием: степенная функция; строить её график и уметь применять свойства степенной функции при решении задач;
- владеть понятиями: показательная функция, экспонента; строить их графики и уметь применять свойства показательной функции при решении задач;
- владеть понятием: логарифмическая функция; строить её график и уметь применять свойства логарифмической функции при решении задач;
- владеть понятием: тригонометрические функции; строить их графики и уметь применять свойства тригонометрических функций при решении задач;
- владеть понятием: обратная функция; применять это понятие при решении задач;
- применять при решении задач свойства функций: чётность, периодичность, ограниченность;
- применять при решении задач преобразования графиков функций;
- владеть понятиями: числовые последовательности, арифметическая и геометрическая прогрессии;
- применять при решении задач свойства и признаки арифметической и геометрической прогрессий;
- *владеть понятием: асимптота; уметь его применять при решении задач;*
- *применять методы решения простейших дифференциальных уравнений первого и второго порядков.*

### **В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- определять по графикам и использовать для решения прикладных задач свойства реальных процессов и зависимостей (наибольшие и наименьшие значения, промежутки возрастания и убывания, промежутки знакопостоянства, асимптоты, точки перегиба, период и т. п.), интерпретировать свойства в контексте конкретной практической ситуации;
- определять по графикам простейшие характеристики периодических процессов в биологии, экономике, музыке, радиосвязи и т. п. (амплитуда, период и т. п.).

### **Элементы математического анализа**

- Владеть понятием: бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и уметь применять его при решении задач;
- применять для решения задач теорию пределов;
- владеть понятиями: бесконечно большие числовые последовательности и бесконечно малые числовые последовательности; уметь сравнивать бесконечно большие и бесконечно малые последовательности;
- владеть понятиями: производная функции в точке, производная функции;
- вычислять производные элементарных функций и их комбинаций;
- исследовать функции на монотонность и экстремумы;
- строить графики и применять их к решению задач, в том числе с параметром;
- владеть понятием: касательная к графику функции; уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями: первообразная, определённый интеграл;
- применять теорему Ньютона—Лейбница и её следствия для решения задач;
- *свободно владеть стандартным аппаратом математического анализа для вычисления производных функции одной переменной;*
- *свободно применять аппарат математического анализа для исследования функций и построения графиков, в том числе исследования на выпуклость;*
- *оперировать понятием первообразной для решения задач;*
- *овладеть основными сведениями об интеграле Ньютона—Лейбница и его простейших применениях;*
- *оперировать в стандартных ситуациях производными высших порядков;*
- *уметь применять при решении задач свойства непрерывных функций;*
- *уметь применять при решении задач теоремы Вейерштрасса;*
- *уметь выполнять приближённые вычисления (методы решения уравнений, вычисления определённого интеграла);*
- *уметь применять приложение производной и определённого интеграла к решению задач естествознания;*
- *владеть понятиями: вторая производная, выпуклость графика функции; уметь исследовать функцию на выпуклость.*

### **В повседневной жизни и при изучении других учебных предметов:**

- решать прикладные задачи из биологии, физики, химии, экономики и других предметов, связанные с исследованием характеристик процессов, интерпретировать полученные результаты.

### **Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов**

- Оперировать основными описательными характеристиками числового набора; понятиями: генеральная совокупность и выборка;
- оперировать понятиями: частота и вероятность события, сумма и произведение вероятностей; вычислять вероятности событий на основе подсчёта числа исходов;
- владеть основными понятиями комбинаторики и уметь применять их при решении задач;
- иметь представление об основах теории вероятностей;
- иметь представление о дискретных и непрерывных случайных величинах и распределениях, о независимости случайных величин;
- иметь представление о математическом ожидании и дисперсии случайных величин;
- иметь представление о совместных распределениях случайных величин;

- понимать суть закона больших чисел и выборочного метода измерения вероятностей;
- иметь представление о нормальном распределении и примерах нормально распределённых случайных величин;
- иметь представление о корреляции случайных величин;
- *иметь представление о центральной предельной теореме;*
- *иметь представление о выборочном коэффициенте корреляции и линейной регрессии;*
- *иметь представление о статистических гипотезах и проверке статистической гипотезы, о статистике критерия и её уровне значимости;*
- *иметь представление о связи эмпирических и теоретических распределений;*
- *иметь представление о кодировании, двоичной записи, двоичном дереве;*
- *владеть основными понятиями теории графов (граф, вершина, ребро, степень вершины, путь в графе) и уметь применять их при решении задач;*
- *иметь представление о деревьях и уметь применять его при решении задач;*
- *владеть понятием: связность; уметь применять компоненты связности при решении задач;*
- *уметь осуществлять пути по рёбрам, обходы рёбер и вершин графа;*
- *иметь представление об Эйлеровом и Гамильтоновом пути; иметь представление о трудности задачи нахождения Гамильтонова пути;*
- *владеть понятиями: конечные счётные множества; счётные множества; уметь применять их при решении задач;*
- *уметь применять метод математической индукции;*
- *уметь применять принцип Дирихле при решении задач.*

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- вычислять или оценивать вероятности событий в реальной жизни;
- выбирать методы подходящего представления и обработки данных.

**Текстовые задачи**

- Решать разные задачи повышенной трудности;
- анализировать условие задачи, выбирать оптимальный метод решения задачи, рассматривая различные методы;
- строить модель решения задачи, проводить доказательные рассуждения при решении задачи;
- решать задачи, требующие перебора вариантов, проверки условий, выбора оптимального результата;
- анализировать и интерпретировать полученные решения в контексте условия задачи, выбирать решения, не противоречащие контексту;
- переводить при решении задачи информацию из одной формы записи в другую, используя при необходимости схемы, таблицы, графики, диаграммы.

**В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- решать практические задачи и задачи из других предметов.

**Модуль «Геометрия»**

**Геометрия**

- владеть геометрическими понятиями при решении задач и проведении математических рассуждений;
- самостоятельно формулировать определения геометрических фигур, выдвигать гипотезы о новых свойствах и признаках геометрических фигур и обосновывать или опровергать их, обобщать или конкретизировать результаты на новые классы фигур, проводить в несложных случаях классификацию фигур по различным основаниям;
- исследовать чертежи, включая комбинации фигур, извлекать, интерпретировать и преобразовывать информацию, представленную на чертежах;

- решать задачи геометрического содержания, в том числе в ситуациях, когда алгоритм решения не следует явно из условия, выполнять необходимые для решения задачи дополнительные построения, исследовать возможность применения теорем и формул для решения задач;
- уметь формулировать и доказывать геометрические утверждения;
- владеть понятиями стереометрии: призма, параллелепипед, пирамида, тетраэдр;
- иметь представления об аксиомах стереометрии и следствиях из них и уметь применять их при решении задач;
- уметь строить сечения многогранников с использованием различных методов, в том числе метода следов;
- иметь представление о скрещивающихся прямых в пространстве и уметь находить угол и расстояние между ними;
- применять теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве при решении задач;
- уметь применять параллельное проектирование для изображения фигур;
- уметь применять перпендикулярности прямой и плоскости при решении задач;
- владеть понятиями ортогонального проектирования, наклонных и их проекций, уметь применять теорему о трёх перпендикулярах при решении задач;
- владеть понятиями расстояния между фигурами в пространстве, общего перпендикуляра двух скрещивающихся прямых и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием угла между прямой и плоскостью и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями двугранного угла, угла между плоскостями, перпендикулярных плоскостей и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями призмы, параллелепипеда и применять свойства параллелепипеда при решении задач;
- владеть понятием прямоугольного параллелепипеда и применять его при решении задач;
- владеть понятиями пирамиды, видов пирамид, элементов правильной пирамиды и уметь применять их при решении задач;
- *иметь представление о теореме Эйлера, правильных многогранниках;*
- владеть понятием площади поверхностей многогранников и уметь применять его при решении задач;
- владеть понятиями тела вращения, сечения цилиндра, конуса, шара и сферы и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятием касательных прямых и плоскостей и уметь применять его при решении задач;
- иметь представления о вписанных и описанных сферах и уметь применять их при решении задач;
- владеть понятиями объёма, объёмов многогранников, тел вращения и применять их при решении задач;
- иметь представление о развёртке цилиндра и конуса, площади поверхности цилиндра и конуса и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о площади сферы и уметь применять его при решении задач;
- уметь решать задачи на комбинации многогранников и тел вращения;
- иметь представление о подобии в пространстве и уметь решать задачи на отношение объёмов и площадей поверхностей подобных фигур;
- *иметь представление об аксиоматическом методе;*
- *владеть понятием геометрических мест точек в пространстве и уметь применять его для решения задач;*
- *уметь применять для решения задач свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла, теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла;*
- *владеть понятием перпендикулярного сечения призмы и уметь применять его при решении задач;*
- *иметь представление о двойственности правильных многогранников;*
- *владеть понятиями центрального проектирования и параллельного проектирования и применять их при построении сечений многогранников методом проекций;*
- *иметь представление о развёртке многогранника и кратчайшем пути на поверхности многогранника;*
- *иметь представление о конических сечениях;*

- иметь представление о касающихся сферах и комбинации тел вращения и уметь применять его при решении задач;
- применять при решении задач формулу расстояния от точки до плоскости;
- владеть разными способами задания прямой уравнениями и уметь применять их при решении задач;
- применять при решении задач и доказательстве теорем векторный метод и метод координат;
- иметь представление об аксиомах объёма, применять формулы объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды, тетраэдра при решении задач;
- применять теоремы об отношениях объёмов при решении задач;
- применять интеграл для вычисления объёмов и поверхностей тел вращения, вычисления площади сферического пояса и объёма шарового слоя;
- иметь представление о движениях в пространстве: параллельном переносе, симметрии относительно плоскости, центральной симметрии, повороте относительно прямой, винтовой симметрии и уметь применять его при решении задач;
- иметь представление о площади ортогональной проекции;
- иметь представление о трёхгранном и многогранном угле и применять свойства плоских углов многогранного угла при решении задач;
- иметь представление о преобразовании подобия, гомотетии и уметь применять их при решении задач; уметь решать задачи на плоскости методами стереометрии;
- уметь применять формулы объёмов при решении задач.

#### **В повседневной жизни и при изучении других предметов:**

- составлять с использованием свойств геометрических фигур математические модели для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин, исследовать полученные модели и интерпретировать результат.

#### **Векторы и координаты в пространстве**

- Владеть понятиями векторов и их координат;
- уметь выполнять операции над векторами;
- использовать скалярное произведение векторов при решении задач;
- применять уравнение плоскости, формулу расстояния между точками, уравнение сферы при решении задач;
- применять векторы и метод координат в пространстве при решении задач;
- находить объём параллелепипеда и тетраэдра, заданных координатами своих вершин;
- задавать прямую в пространстве;
- находить расстояние от точки до плоскости в системе координат;
- находить расстояние между скрещивающимися прямыми, заданными в системе координат.

#### **История и методы математики**

- Иметь представление о вкладе выдающихся математиков в развитие науки;
- понимать роль математики в развитии России;
- использовать основные методы доказательства, проводить доказательство и выполнять опровержение;
- применять основные методы решения математических задач;
- на основе математических закономерностей в природе характеризовать красоту и совершенство окружающего мира и произведений искусства;
- применять простейшие программные средства и электронно-коммуникационные системы при решении математических задач;
- пользоваться прикладными программами и программами символьных вычислений для исследования математических объектов;
- применять математические знания к исследованию окружающего мира (моделирование физических процессов, задачи экономики).



# Содержание курса «Решение задач повышенной сложности по математике»»

## Модуль «Алгебра и начала математического анализа»

### Элементы теории множеств и математической логики

Понятие множества. Характеристическое свойство, элемент множества, пустое, конечное, бесконечное множества. Способы задания множеств. Подмножество. Отношения принадлежности, включения, равенства. Операции над множествами, их иллюстрации с помощью кругов Эйлера. *Счётные и несчётные множества.*

Истинные и ложные высказывания (утверждения), операции над высказываниями. Кванторы существования и всеобщности. *Алгебра высказываний.*

Законы логики. *Основные логические правила.* Решение логических задач с использованием кругов Эйлера.

Умозаключения. Обоснование и доказательство в математике. Определения. Теоремы. *Виды доказательств. Математическая индукция.* Утверждения: обратное данному, *противоположное, обратное противоположному.* Признак и свойство, необходимые и достаточные условия.

### Числа и выражения

Множества натуральных, целых, рациональных, действительных чисел. Множество комплексных чисел. Действия с комплексными числами. Комплексно сопряжённые числа. Модуль и аргумент числа. *Тригонометрическая форма комплексного числа.*

Радианная мера угла. Тригонометрическая окружность. Синус, косинус, тангенс и котангенс числа. Тригонометрические формулы приведения и сложения, формулы двойного и половинного угла. Преобразование суммы и разности тригонометрических функций в произведение и обратные преобразования.

Степень с действительным показателем, свойства степени. Число  $e$ . Логарифм, свойства логарифма. Десятичный и натуральный логарифмы.

Тождественные преобразования тригонометрических, логарифмических, степенных и иррациональных выражений. Метод математической индукции.

*Основная теорема арифметики. Остатки и сравнения. Алгоритм Евклида. Китайская теорема об остатках. Малая теорема Ферма. Системы счисления, отличные от десятичных. Функция Эйлера, число и сумма делителей натурального числа.*

*Основная теорема алгебры. Приводимые и неприводимые многочлены. Симметрические многочлены. Целочисленные и целозначные многочлены.*

### Уравнения и неравенства

Уравнение, являющееся следствием другого уравнения; уравнения, равносильные на множестве, равносильные преобразования уравнений.

Тригонометрические, показательные, логарифмические и иррациональные уравнения и неравенства. Типы уравнений. Решение уравнений и неравенств.

Метод интервалов для решения неравенств. Графические методы решения уравнений и неравенств. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.

Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и иррациональных уравнений. Системы тригонометрических, показательных, логарифмических и *иррациональных* неравенств.

Уравнения, системы уравнений с параметрами. *Неравенства с параметрами.*

*Решение уравнений степени выше второй специальных видов. Формулы Виета. Теорема Безу. Диофантовы уравнения. Решение уравнений в комплексных числах.*

*Неравенства о средних. Неравенство Бернулли.*

## Функции

Функция и её свойства; нули функции, промежутки знакопостоянства, монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодическая функция и её наименьший период. Чётные и нечётные функции. *Функции «дробная часть числа»  $y = \{x\}$  и «целая часть числа»  $y = [x]$ .*

Взаимно обратные функции. Графики взаимно обратных функций. Тригонометрические функции числового аргумента  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . Свойства и графики тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции, их главные значения, свойства и графики.

Степенная, показательная, логарифмическая функции, их свойства и графики.

Преобразования графиков функций: сдвиг, умножение на число, симметрия относительно координатных осей и начала координат.

## Элементы математического анализа

Бесконечно малые и бесконечно большие числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия.

Понятие предела функции в точке. *Понятие предела функции в бесконечности. Асимптоты графика функции.* Непрерывность функции. *Свойства непрерывных функций. Теорема Вейерштрасса для непрерывных функций.*

Дифференцируемость функции. Производная функции в точке. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. *Применение производной в физике.* Производные элементарных функций. Правила дифференцирования.

*Вторая производная, её геометрический и физический смысл.*

Точки экстремума (максимума и минимума). Исследование элементарных функций на точки экстремума, наибольшее и наименьшее значения с помощью производной. *Построение графиков функций с помощью производных. Применение производной при решении прикладных задач на максимум и минимум.*

Первообразная. Неопределённый интеграл. Первообразные элементарных функций. Площадь криволинейной трапеции. Формула Ньютона—Лейбница. Определённый интеграл. Вычисление площадей плоских фигур и объёмов тел вращения с помощью интеграла.

*Дифференциальные уравнения первого и второго порядка.*

## Комбинаторика, вероятность и статистика, логика и теория графов

Правило произведения в комбинаторике. Соединения без повторений. Сочетания и их свойства. Бином Ньютона. *Соединения с повторениями.*

Вероятность события. Сумма вероятностей несовместных событий. Противоположные события. Условная вероятность. Независимые события. Произведение вероятностей независимых событий. Формула Бернулли. Формула полной вероятности. Формула Байеса.

*Вероятностное пространство. Аксиомы теории вероятностей.*

Дискретные случайные величины и их распределения. Совместные распределения. Распределение суммы и произведения независимых случайных величин. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Математическое ожидание и дисперсия суммы случайных величин.

Бинарная случайная величина, распределение Бернулли. Геометрическое распределение. Биномиальное распределение и его свойства.

Непрерывные случайные величины. Плотность вероятности. Функция распределения. Равномерное распределение.

Нормальное распределение. Функция Лапласа. Параметры нормального распределения. Примеры случайных величин, подчинённых нормальному закону (погрешность измерений, рост человека).

*Закон больших чисел. Выборочный метод измерения вероятностей. Роль закона больших чисел в науке, природе и обществе.*

Корреляция двух случайных величин. Понятие о коэффициенте корреляции.

*Статистическая гипотеза. Статистические критерии. Статистическая значимость. Проверка простейших гипотез. Основные понятия теории графов.*

## **Модуль «Геометрия»**

### **Геометрия**

Основные понятия геометрии в пространстве. Аксиомы стереометрии и следствия из них. *Понятие об аксиоматическом методе.*

Построение сечений многогранников методом следов. Центральное проектирование. Построение сечений многогранников методом проекций. *Теорема Менелая для тетраэдра.*

Скрещивающиеся прямые в пространстве. Угол между ними. Теоремы о параллельности прямых и плоскостей в пространстве. Параллельное проектирование и изображение фигур. *Геометрические места точек в пространстве.*

Перпендикулярность прямой и плоскости. Ортогональное проектирование. Наклонные и проекции. Теорема о трёх перпендикулярах. Расстояния между фигурами в пространстве. Общий перпендикуляр двух скрещивающихся прямых. *Методы нахождения расстояний между скрещивающимися прямыми.*

Углы в пространстве. Перпендикулярные плоскости. *Трёхгранный и многогранный углы. Свойства плоских углов многогранного угла. Свойства плоских и двугранных углов трёхгранного угла. Теоремы косинусов и синусов для трёхгранного угла.*

Виды многогранников. Правильные многогранники. *Развёртки многогранника. Кратчайшие пути на поверхности многогранника. Теорема Эйлера. Двойственность правильных многогранников.*

Призма. Параллелепипед. Свойства параллелепипеда. Прямоугольный параллелепипед. Наклонные призмы. *Площадь ортогональной проекции. Перпендикулярное сечение призмы.*

Пирамида. Виды пирамид. Элементы правильной пирамиды. Пирамиды с равнонаклонёнными рёбрами и гранями, их основные свойства. *Виды тетраэдров. Ортоцентрический тетраэдр, каркасный тетраэдр, равногранный тетраэдр. Прямоугольный тетраэдр. Медианы и бимедианы тетраэдра. Достираивание тетраэдра до параллелепипеда.*

Тела вращения: цилиндр, конус, шар и сфера. Сечения цилиндра, конуса и шара. Шаровой сегмент, шаровой слой, шаровой сектор (конус). Усечённая пирамида и усечённый конус.

Касательные прямые и плоскости. Вписанные и описанные сферы. *Касающиеся сферы. Комбинации тел вращения. Элементы сферической геометрии. Конические сечения.*

Площади поверхностей многогранников. *Развёртка цилиндра и конуса.* Площадь поверхности цилиндра и конуса. Площадь сферы. *Площадь сферического пояса. Объём шарового слоя.*

Понятие объёма. Объёмы многогранников. Объёмы тел вращения. *Аксиомы объёма. Вывод формул объёмов прямоугольного параллелепипеда, призмы и пирамиды. Формулы для нахождения объёма тетраэдра. Теоремы об отношениях объёмов. Приложения интеграла к вычислению объёмов и поверхностей тел вращения.*

Комбинации многогранников и тел вращения.

Подобие в пространстве. Отношение объёмов и площадей поверхностей подобных фигур. *Преобразование подобия, гомотетия. Решение задач на плоскости с использованием стереометрических методов.*

*Движения в пространстве: параллельный перенос, симметрия относительно плоскости, центральная симметрия, поворот относительно прямой.*

### **Векторы и координаты в пространстве**

Векторы и координаты. Сумма векторов, умножение вектора на число. Угол между векторами. Скалярное произведение.

Уравнение плоскости. Формула расстояния между точками. Уравнение сферы. *Формула расстояния от точки до плоскости. Способы задания прямой уравнениями.*

*Решение задач и доказательство теорем с помощью векторов и методом координат. Элементы геометрии масс.*

**Тематическое планирование курса**  
**««Решение задач повышенной сложности по математике»»**

**Тематическое планирование (алгебра и начала математического анализа)**

Раздел	Количество часов
<i>10 класс</i>	<b>51</b>
Алгебра (повторение)	4
Делимость чисел	11
Многочлены. Алгебраические уравнения	14
Степенная функция	3
Показательная функция	3
Логарифмическая функция	6
Тригонометрические формулы	4
Тригонометрические уравнения	5
Итоговое повторение	1
<i>11 класс</i>	<b>51</b>
Комплексные числа	14
Производная и её геометрический смысл	4
Применение производной к исследованию функций	3
Первообразная и интеграл	6
Комбинаторика	4
Элементы теории вероятностей	5
Итоговое повторение курса алгебры и начала математического анализа	15
<b>Итого за 2 года</b>	<b>102</b>

Содержание материала	Количество часов	Характеристика основных видов деятельности обучающихся (на уровне универсальных учебных действий)
<b>10 класс</b>		
<b>Гл. I. Алгебра 7-9 классов (повторение)</b>	<b>4</b>	Строить отрицание предложенного высказывания. Находить множество истинности предложения с переменной.
Множества	2	Понимать смысл записей, использующих кванторы общности и существования. Опровергать ложное утверждение, приводя контрпример. Использовать термины «необходимо» и «достаточно».
Логика	2	Формулировать теорему, обратную данной, противоположную данной; теорему, противоположную обратной. Понимать, в чём состоит суть доказательства методом от противного
<b>Глава II. Делимость чисел</b>	<b>11</b>	
Понятие делимости. Делимость суммы и произведения	2	Применять свойства суммы, разности и произведения чисел при решении задач. Находить остатки от деления различных числовых выражений (в частности, степеней) на натуральные числа.
Деление с остатком	2	Доказывать свойства делимости на 3 и на 9. Демонстрировать применение признаков и свойств делимости при решении задач.
Признаки делимости	2	Объяснять смысл понятия «сравнение» и теории сравнений. Приводить примеры применения свойств сравнений при решении задач на делимость.
Сравнения	2	Использовать при решении задач изученные способы решения уравнений первой и второй степени с двумя неизвестными в целых числах
Решение уравнений в целых числах	2	
<i>Контрольная работа по теме «Делимость чисел»</i>	1	
<b>Глава III. Многочлены. Алгебраические уравнения</b>	<b>14</b>	
Многочлены от одного переменного	2	Выполнять деление уголком (или по схеме Горнера) многочлена. Раскладывать многочлен на множители. Оценивать число корней целого алгебраического уравнения (не выше четвёртой степени). Определять кратность корней многочлена (не выше четвёртой степени).
Схема Горнера	1	Использовать умение делить многочлены с остатком для выделения целой части алгебраической дроби.
Многочлен $P(x)$ и его корень. Теорема Безу	1	Применять различные приёмы решения целых алгебраических уравнений (не выше четвёртой степени): подбор целых корней; разложение на множители (включая метод неопределённых коэффициентов); понижение степени; подстановка (замена переменной).
Алгебраическое уравнение. Следствия из теоремы Безу	1	Находить числовые промежутки, содержащие корни алгебраических уравнений. Сочетать точные и приближённые методы для решения вопросов о числе корней уравнения (на отрезке).
Решение алгебраических уравнений разложением на множители	2	Применять различные свойства решения систем уравнений, содержащих уравнения степени выше второй, для решения задач.
Симметрические многочлены	1	
Многочлены от нескольких переменных	1	

Формулы сокращённого умножения для старших степеней. Бином Ньютона	2	Возводить двучлен в натуральную степень. Пользуясь треугольником Паскаля, находить биномиальные коэффициенты.
Системы уравнений	2	Решать текстовые задачи с помощью составления уравнений, интерпретируя результат с учётом ограничений условия задачи
<i>Контрольная работа по теме «Многочлены. Алгебраические уравнения»</i>	1	
<b>Глава V. Степенная функция</b>	<b>3</b>	Решать простейшие иррациональные уравнения, иррациональные неравенства и их системы.
Иррациональные уравнения	1	Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих степенные функции, и проверять их.
Иррациональные неравенства	2	Применять свойства степенной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
<b>Глава VI. Показательная функция</b>	<b>3</b>	Решать простейшие показательные уравнения, неравенства и их системы.
Показательные уравнения	1	Решать показательные уравнения методами разложения на множители, способом замены неизвестного, с использованием свойств функции, решать уравнения, сводящиеся к квадратным, иррациональным.
Показательные неравенства	2	Решать показательные уравнения, применяя различные методы. Формулировать гипотезы о количестве корней уравнений, содержащих показательную функцию, и проверять их. Применять свойства показательной функции при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
<b>Глава VII. Логарифмическая функция</b>	<b>6</b>	
Десятичные и натуральные логарифмы. Формула перехода	1	Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью перехода.
Логарифмические уравнения	2	Решать простейшие логарифмические уравнения, логарифмические неравенства и их системы. Решать логарифмические уравнения различными методами.
Логарифмические неравенства	2	Применять свойства логарифмической функции при решении прикладных задач
Контрольная работа по теме «Степенная, логарифмическая и показательная функции»	1	
<b>Глава VIII. Тригонометрические формулы</b>	<b>4</b>	Переводить градусную меру в радианную и обратно. Находить знаки значений синуса, косинуса, тангенса числа. Выявлять зависимость между синусом, косинусом, тангенсом одного и того же угла. Применять данные зависимости для доказательства тождества.
Формулы сложения	1	Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов $\alpha$ и $-\alpha$ , формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения, формулы суммы и разности синусов,
Синус, косинус и тангенс двойного угла. Синус, косинус и тангенс половинного угла	1	

Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов	1	суммы и разности косинусов, произведения синусов и косинусов.
Произведение синусов и косинусов	1	Доказывать тождества, применяя различные методы, используя все изученные формулы. Применять все изученные свойства и формулы при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
<b>Гл. IX. Тригонометрические уравнения</b>	<b>5</b>	Уметь находить арксинус, арккосинус, арктангенс действительного числа.
Тригонометрические уравнения, сводящиеся к алгебраическим. Однородные уравнения	1	Применять свойства арксинуса, арккосинуса, арктангенса числа. Применять формулы для нахождения корней уравнений $\cos x = a$ , $\sin x = a$ , $\operatorname{tg} x = a$ . Уметь решать тригонометрические уравнения: линейные относительно синуса, косинуса, тангенса угла (числа), сводящиеся к квадратным и другим алгебраическим уравнениям после замены неизвестного, сводящиеся к простейшим тригонометрическим уравнениям после разложения на множители.
Методы замены неизвестного и разложения на множители Метод оценки левой и правой части тригонометрических уравнений.	1	Решать однородные (первой и второй степени) уравнения относительно синуса и косинуса, а также сводящиеся к однородным уравнениям.
Системы тригонометрических уравнений	1	Использовать метод вспомогательного угла.
Тригонометрические неравенства	1	Применять метод предварительной оценки левой и правой частей уравнения. Уметь применять несколько методов при решении уравнения. Решать несложные системы тригонометрических уравнений. Решать тригонометрические неравенства с помощью единичной окружности.
Контрольная работа по теме «Тригонометрические уравнения»	1	Применять все изученные свойства и способы решения тригонометрических уравнений и неравенств при решении прикладных задач и задач повышенной сложности
<b>Итоговое повторение</b>	<b>1</b>	
<i>11 класс</i>		
<b>Глава VII. Комплексные числа</b>	<b>14</b>	Выполнять вычисления с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление.
Определение комплексных чисел. Сложение и умножение комплексных чисел	2	Изображать комплексные числа точками на комплексной плоскости. Интерпретировать на комплексной плоскости сложение и вычитание комплексных чисел.
Комплексно сопряжённые числа. Модуль комплексного числа. Операции вычитания и деления	3	Находить корни квадратных уравнений с действительными коэффициентами. Применять различные формы записи комплексных чисел: алгебраическую, тригонометрическую и показательную.
Геометрическая интерпретация комплексного числа	2	Выполнять действия с комплексными числами: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в натуральную степень, извлечение корня степени $n$ , выбирая подходящую форму записи комплексных чисел.
Тригонометрическая форма комплексного числа	1	Переходить от алгебраической записи комплексного числа к тригонометрической и к показательной, от тригонометрической и показательной формы к алгебраической.
Умножение и деление комплексных чисел, записанных в тригонометрической форме. Формула Муавра	2	Доказывать свойства комплексно сопряжённых чисел.
Квадратное уравнение с комплексным неизвестным	1	Интерпретировать на комплексной плоскости

Извлечение корня из комплексного числа. Алгебраические уравнения	1	арифметические действия с комплексными числами. Формулировать основную теорему алгебры. Выводить простейшие следствия из основной теоремы алгебры.
Обобщающий урок по теме «Комплексные числа»	1	Находить многочлен наименьшей степени, имеющий заданные корни.
Контрольная работа по теме «Комплексные числа»	1	Находить многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий заданные корни
<b>Глава II. Производная и её геометрический смысл</b>	<b>4</b>	Приводить примеры монотонной числовой последовательности, имеющей предел. Вычислять пределы последовательностей. Выяснить, является ли последовательность сходящейся. Приводить примеры функций, являющихся непрерывными, имеющих вертикальную, горизонтальную асимптоту. Записывать уравнение каждой из этих асимптот. Уметь по графику функции определять промежутки непрерывности и точки разрыва, если такие имеются. Уметь доказывать непрерывность функции.
Предел последовательности	1	Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке. Находить мгновенную скорость движения материальной точки.
Предел функции	1	Находить производные элементарных функций. находить производные суммы, произведения и частного двух функций, производную сложной функции $y=f(kx + b)$ .
Производная элементарных функций	1	Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в точке с заданной абсциссой. Записывать уравнение касательной к графику функции, заданной в точке. Находить производную сложной функции, обратной функции. Применять понятие производной при решении задач.
Геометрический смысл производной	1	Находить вторую производную и ускорение процесса, описываемого с помощью формулы. Находить промежутки возрастания и убывания функции. Доказывать, что заданная функция возрастает(убывает) на указанном промежутке. Находить точки минимума и максимума функции. Находить наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке. Находить наибольшее и наименьшее значения функции. Исследовать функцию с помощью производной и строить её график. Применять производную при решении текстовых, геометрических, физических и других задач
<b>Глава III. Применение производной к исследованию функций</b>	<b>3</b>	
Производная второго порядка, выпуклость и точки перегиба	1	
Построение графиков функций	2	
<b>Глава IV. Первообразная и интеграл</b>	<b>6</b>	Вычислять приближённое значение площади криволинейной трапеции.
Площадь криволинейной трапеции. Интеграл и его вычисление	1	Находить первообразные функций: $y=x^p$ , где $p \in \mathbf{R}$ , $y = \sin x$ , $Y = \cos x$ , $y = \operatorname{tg} x$ . Находить первообразные функций: $f(x) + g(x)$ , $kf(x)$ и $f(kx + b)$ .
Вычисление площадей фигур с помощью интегралов	3	Вычислять площади криволинейной трапеции с помощью формулы Ньютона-Лейбница.



Простейшие дифференциальные уравнения	1	Находить приближённые значения интегралов. Вычислять площадь криволинейной трапеции с помощью интеграла
Контрольная работа по теме «Производная и интеграл»	1	
<b>Глава V. Комбинаторика</b>	<b>4</b>	
Математическая индукция	2	Применять правило произведения при выводе формулы числа перестановок.
Правило произведения. Размещения с повторениями	1	Создавать математические модели для решения комбинаторных задач с помощью подсчёта числа размещений, перестановок и сочетаний. Применять формулу бинома Ньютона.
Сочетания с повторениями	1	При возведении бинома в натуральную степень находить биномиальные коэффициенты при помощи треугольника Паскаля.
<b>Глава VI. Элементы теории вероятностей</b>	<b>5</b>	Приводить примеры случайных, достоверных и невозможных событий.
Условная вероятность. Независимость событий	1	Знать определение суммы и произведения событий. Знать определение вероятности события в классическом понимании.
Вероятность произведения независимых событий	2	Приводить примеры несовместимых событий. Находить вероятность суммы несовместных событий.
Формула Бернулли	1	Иметь представление о независимости событий и находить вероятность совместного наступления таких событий.
Контрольная работа по теме «Комбинаторика, элементы теории вероятностей»	1	Находить статистическую вероятность событий в опыте с большим числом в испытании. Иметь представление о законе больших чисел.
<b>Повторение</b>	<b>15</b>	
Тождественные преобразования степеней с рациональным показателем, иррациональных и логарифмических выражений	3	Применять правила действий с радикалами, выражениями со степенями с рациональным показателем (любым действительным показателем) при вычислениях и преобразованиях выражений. Выполнять простейшие преобразования логарифмических выражений с использованием свойств логарифмов, с помощью перехода.
Тождественные преобразования тригонометрических выражений.	3	Применять при преобразованиях и вычислениях формулы связи тригонометрических функций углов $\alpha$ и $-\alpha$ , формулы сложения, формулы двойных и половинных углов, формулы приведения
Решение рациональных и иррациональных уравнений	3	Решать рациональные и иррациональные уравнения
Решение показательных и логарифмических уравнений	3	Решать показательные и логарифмические уравнения
Решение тригонометрических уравнений	3	Решать простейшие тригонометрические уравнения

### Тематическое планирование (геометрия)

Раздел	Количество часов
<i>10 класс</i>	<b>17</b>
Некоторые сведения из планиметрии	12
Перпендикулярность прямых и плоскостей	2
Многогранники	2
Заключительное повторение геометрии 10 класса	1
<i>11 класс</i>	<b>17</b>
Цилиндр, конус, шар	4
Объемы тел	4
Метод координат в пространстве Движения.	4
Заключительное повторение при подготовке к итоговой аттестации по геометрии	5
Итого за 2 года	<b>34</b>

Содержание материала	Количество часов	Характеристика основных видов деятельности обучающихся (на уровне универсальных учебных действий)
<i>10 класс</i>		
<b>Глава VIII. Некоторые сведения из планиметрии</b>	<b>12</b>	Формулировать и доказывать теоремы об угле между касательной и хордой, об отрезках пересекающихся хорд, о квадрате касательной; выводить формулы для вычисления углов между двумя пересекающимися хордами, между двумя секущими, проведёнными из одной точки; формулировать и доказывать утверждения о свойствах и признаках вписанного и описанного четырёхугольников; решать задачи с использованием изученных теорем и формул
Углы и отрезки, связанные с окружностью	4	
Решение треугольников	4	
Теорема Менелая и Чебы	2	
Эллипс, гипербола и парабола	2	
<b>Глава II. Перпендикулярность прямых и плоскостей</b>	<b>2</b>	Объяснять, какая фигура называется двугранным углом и как он измеряется; доказывать, что все линейные углы двугранного угла равны друг другу; объяснять, что такое угол между пересекающимися плоскостями и в каких пределах он изменяется; формулировать определение взаимно перпендикулярных плоскостей, формулировать и доказывать теорему о признаке перпендикулярности двух плоскостей; объяснять, какой параллелепипед называется прямоугольным, формулировать и доказывать утверждения о его свойствах; объяснять, какая фигура называется многогранным (в частности, трёхгранным) углом и как называются его элементы, какой многогранный угол называется выпуклым; формулировать и доказывать утверждение о том, что каждый плоский угол трёхгранного угла меньше суммы двух других плоских углов, и теорему о сумме плоских углов выпуклого многогранного угла; решать задачи на вычисление и доказательство с использованием теорем о перпендикулярности прямых и плоскостей, а также задачи на построение сечений прямоугольного параллелепипеда на чертеже
Трёхгранный угол Многогранный угол	2	
<b>Глава III. Многогранники</b>	<b>2</b>	Объяснять, какая фигура называется многогранником и как называются его элементы, какой многогранник называется выпуклым, приводить примеры многогранников; объяснять, что такое геометрическое тело; формулировать и доказывать теорему Эйлера для выпуклых многогранников; выводить формулу площади ортогональной проекции многоугольника и доказывать пространственную теорему Пифагора; решать задачи на вычисление и доказательство, связанные с призмой
Геометрическое тело Теорема Эйлера Пространственная теорема Пифагора	2	
<b>Заключительное повторение курса геометрии 10 класс</b>	<b>1</b>	

<b>Гл.IV. Цилиндр, конус и шар</b>	<b>4</b>	<p>Формулировать определения сферы и шара, их центра, радиуса, диаметра; исследовать взаимное расположение сферы и плоскости, формулировать определение касательной плоскости к сфере, формулировать и доказывать теоремы о свойстве и признаке касательной плоскости; объяснять, что принимается за площадь сферы и как она выражается через радиус сферы; решать задачи, в которых фигурируют комбинации многогранников и тел вращения</p>
<p>Взаимное расположение сферы и прямой Сфера, вписанная в цилиндрическую поверхность Сфера, вписанная в коническую поверхность Сечения цилиндрической поверхности Сечения конической поверхности Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар</p>		
<b>Гл.V. Объёмы тел</b>	<b>4</b>	<p>Формулировать и доказывать теорему об объёме шара и с её помощью выводить формулу площади сферы; выводить формулу для вычисления объёмов шарового сегмента и шарового сектора; решать задачи с применением формул объёмов различных тел</p>
<p>Площадь сферы Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар</p>		
<b>Гл.VII. Метод координат в пространстве. Движения</b>	<b>4</b>	<p>Объяснять, как вводится прямоугольная система координат в пространстве, как определяются координаты точки и как они называются, как определяются координаты вектора; формулировать и доказывать утверждения; о координатах суммы и разности двух векторов, о координатах произведения вектора на число, о связи между координатами вектора и координатами его конца и начала; выводить и использовать при решении задач формулы координат середины отрезка, длины вектора и расстояния между двумя точками; выводить уравнение сферы данного радиуса с центром в данной точке; выводить уравнение плоскости, проходящей через данную точку и перпендикулярной к данному вектору, и формулу расстояния от точки до плоскости; применять векторно-координатный метод при решении геометрических задач; объяснять, что такое центральное подобие (гомотетия) и преобразование подобия, как с помощью преобразования подобия вводится понятие подобных фигур в пространстве; применять движения и преобразования подобия при решении геометрических задач</p>
<p>Простейшие задачи в координатах Уравнение сферы</p>	1	
<p>Уравнение плоскости</p>	2	
<p>Преобразование подобия</p>	1	
<b>Заключительное повторение при подготовке к итоговой аттестации по геометрии</b>	<b>5</b>	
Цилиндр, конус, шар	1	
Объёмы тел.	1	
Метод координат в пространстве	1	
Задачи на различные комбинации круглых тел и многогранников	2	

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО  
ПРОЦЕССА  
ОБЯЗАТЕЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧЕНИКА**

Ю.М. Колягин, М.В. Ткачев, Н.е. Федорова и др. Математика: алгебра и начало  
математического анализа, геометрия. 10, 11 класс, Просвещение.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ**

**ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ**

**ИНТЕРНЕТ**

<https://resh.edu.ru/>

Цифровая библиотека